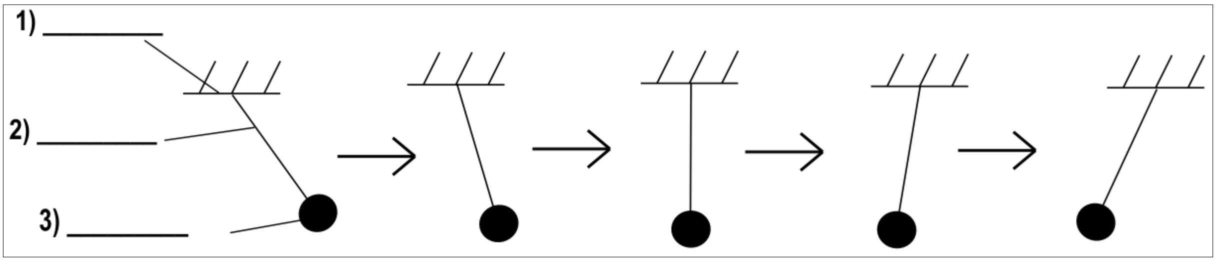
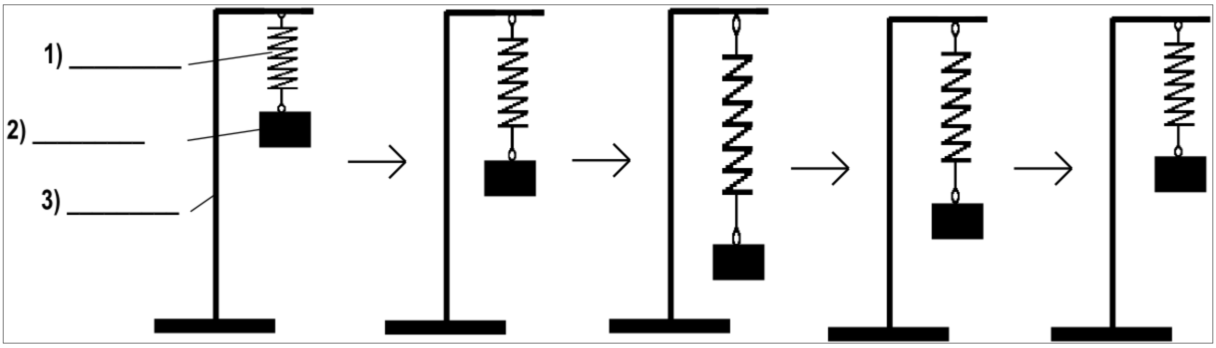
Mechanische Wellen

Nachdem wir bereits das Fadenpendel



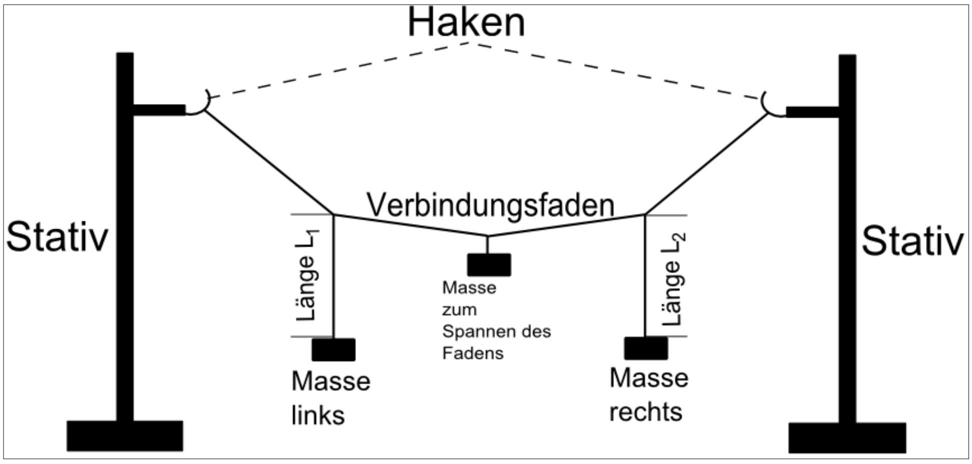
und das Federpendel



als einzelne schwingende Körper (Oszillatoren) besprochen haben, geht es nun um gleich mehrere schwingende Körper, die durch „Kopplungskräfte“ miteinander verbunden sind.

Experiment: Gekoppelte Pendel

Aufbau und Durchführung



An jeweils einen Haken eines Stativs wird ein Faden befestigt und die Fäden mehrere Gewichte gehangen. Diese beiden Fäden verbindet man nun mit einem dritten Faden, sodass die Längen L_1 und L_2 gleich lang sind. Am „Verbindungsfaden“ hängt man ebenfalls ein (oder mehrere) Gewicht(e). Nun lenkt man eines der äußeren Fäden aus und beobachtet das Pendelverhalten beider Massen.

Man kann zusätzlich die Gewichte an den äußeren Fäden und die Gewichte in der Mitte verändern und einen möglichen Einfluss auf das Pendelverhalten beobachten.

Beobachtung

Nachdem der erste Schwinger ausgelenkt wurde, geriet auch der zweite Schwinger in ________________________. Die beiden Pendelkörper bleiben wie ein einzelner Schwinger auf ihrer Bahn, aber die ________________________ wird transportiert.

Was würde passieren, wenn viele solcher gekoppelten Pendel hintereinander angeordnet wären?

____

____

____

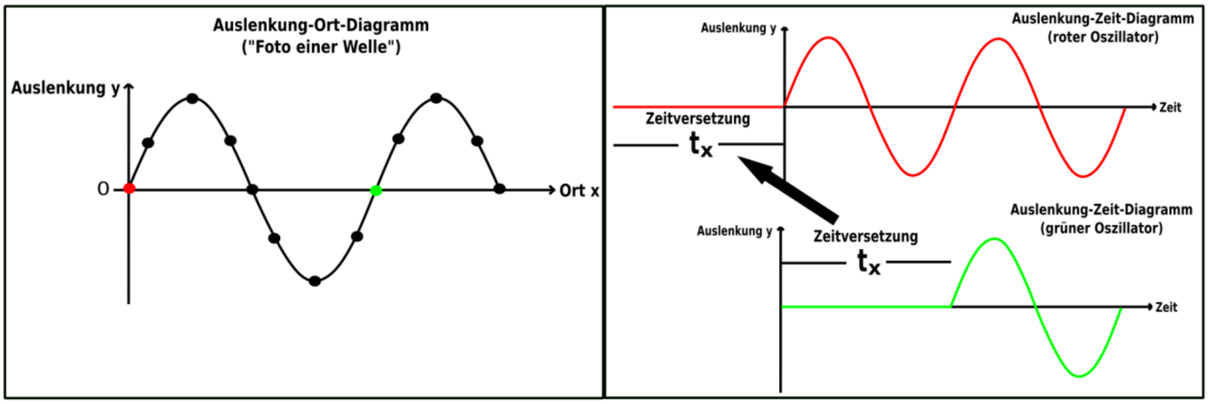
____

____

Zusammenfassung

Bei einer mechanischen Welle führt der erste Körper (Erreger) eine Bewegung (Schwingung) aus, wobei er den nächsten Körper durch eine Kopplung (elastische Verbindung) zu der gleichen Bewegung anregt usw. Mit einer mechanischen Welle wird Energie transportiert, jedoch keine Materie. Beispiele für mechanische Wellen sind Seilwellen, Wasserwellen und Schall.

Herleitung der Wellengleichung



Der erste (rote) Oszillator einer Welle schwingt mit der bekannten Erregerschwingung

$$y(t) = y_{max} \cdot sin(\omega t)$$

Ein (grüner) Oszillator in einer Entfernung x vom Erreger wird erst nach der Zeit

$$t_x = \frac{x}{v}$$

zu einer Schwingung angeregt. Um im Diagramm vom roten Oszillator zu sehen, wie der grüne Oszillator zu einer bestimmten Zeit schwingt, muss man im Auslenkung-Zeit-Diagramm vom roten Oszillator in die „Vergangenheit" (Zeitversetzung nach links) schauen. Dadurch ergibt sich die Gleichung

$$y(t) = y_{max} \cdot sin(\omega(t - t_x) \qquad \textit{(Formel 1)}$$

Die Geschwindigkeit c einer Welle ist gegeben durch

$$C = \lambda \cdot f \qquad \textit{(Formel 2)}$$

wobei λ die Wellenlänge und f die Frequenz ist.

Allgemein ist eine Geschwindigkeit gegeben durch

$$v = \frac{x}{t}$$

Stellt man die Gleichung nach t folgt daraus

$$t = \frac{x}{v}$$

Durch Ausnutzen der Formel 2 ergibt sich

$$t_x = \frac{x}{\lambda \cdot f}$$

Da die Periodendauer T und Frequenz f wie folgt zusammenhängen

$$T = \frac{1}{f}$$

folgt daraus

$$t_x = T\frac{x}{\lambda}$$

Nun setzen wir diesen Ausdruck in die Formel 1 ein

$$y(x,t) = y_{max} \cdot sin\left(\omega\left(t - T \cdot \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Da die Winkelgeschwindigkeit ω gegeben ist durch

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ergibt das

$$y(x,t) = y_{max} \cdot sin\left(\frac{2\pi}{T}\left(t - T\frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Multipliziert man das 1/T unter dem 2π mit der inneren Klammer ergibt das die Wellengleichung

$$y(x,t) = y_{max} \cdot sin\left(2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$$

Die Auslenkung eines Oszillators einer Welle ist abhängig von der Zeit t und vom Ort x.